

مث به آینه در الکتروستاتیک بیان شد، برای حالت مغناطیسی هم می توان بیان کرد:

دو نوع بار (قطب) مغناطیسی وجود دارد: (۱- قطب شمال N (مث به بار $+$) ۲- قطب جنوب S (مث به بار $-$)).

قطب های همنام دافع یکدیگر و قطب های ناهمنام جاذب یکدیگرند. اطراف هر قطب مغناطیسی، میدان مغناطیسی (B) ایجاد

می شود. می توان خطوط میدان را رسم کرد. این خطوط از قطب شمال $(+)$ خارج و به قطب جنوب $(-)$ وارد می شوند.

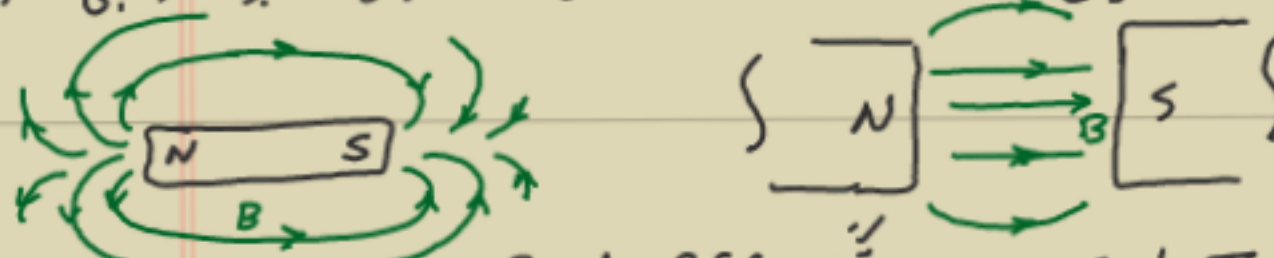
ویژگی خطوط میدان مغناطیسی نیز مانند میدان الکتریکی: ۱- خطوط هرگز یکدیگر را قطع نمی کنند. ۲- تراکم خطوط

نشان دهنده شدت میدان است. ۳- مماس بر خط در هر نقطه، راستای میدان را نشان می دهد.

تفاوت عمده بین B و E ، آن است که در حالت الکتریکی، بار $+$ یا $-$ به تنهایی می تواند وجود داشته باشد

یعنی حالتی که به تنگ قطبی موسوم است، در حالت الکتریکی وجود دارد. ولی در حالت مغناطیسی، وجود قطب مغناطیسی N یا

S به تنهایی (تنگ قطبی مغناطیسی) در حالت طبیعی مشاهده نمی شود. یعنی حالت پایه، وجود دو قطبی N و S

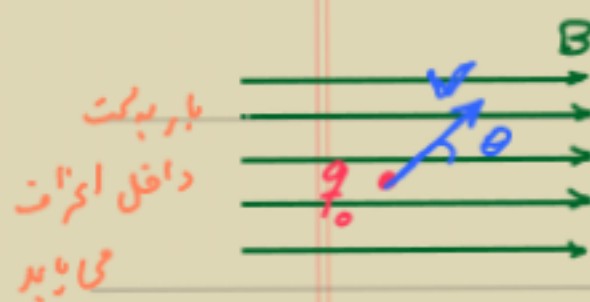
است.  واحد B در دستگاه SI، تسلا T است و در دستگاه CGS واحد B ،

گauss است که $1T = 10^4 \text{ Gauss}$.

هدف ما در این فصل بررسی تاثیر میدان مغناطیسی B بر بار الکتریکی q است. برای این منظور بار آزمون q را در میدان B قرار

داده و با توجه به شتابی که بار آزمون می گیرد، نیروی وارد بر آن از طرف میدان مغناطیسی بدست می آید.

ملاحظات: ۱- هر بار ساکن در میدان مغناطیسی نیرو وارد نمی شود. ۲- اثر بار متحرک و به نوازشات میدان حرکت کند، نیروی بر آن وارد نمی شود. ۳- هر بار متحرک و غیر هم راستا با میدان نیرو وارد می شود و این نیرو تا بیری در مقدار سرعت بار ندارد و تنها جهت را تحت تاثیر قرار می دهد.

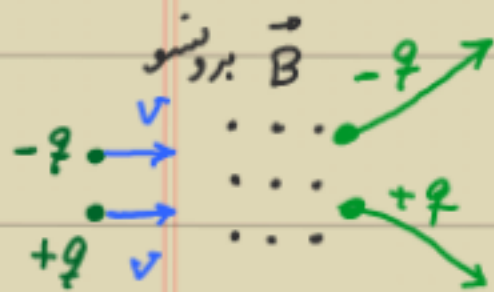


این مل‌هدات به رابطه نیروی مغناطیسی منجر شده $F = q v B \sin \theta$ یا به شکل برداری:

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} \quad \vec{F} \text{ بر } \vec{v} \text{ و } \vec{B} \text{ عمود و جهت با قاعده دست راست مشخص می شود.}$$

اگر بجای q از بار q استفاده شود، $\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$ در این صورت جهت $\vec{F}$ با $\vec{v} \times \vec{B}$ یکی است اگر q مثبت باشد.

و $\vec{F}$ با $\vec{v} \times \vec{B}$ در جهت مخالف است اگر q منفی باشد.



روش جداسازی بارهای نا همگن توسط میدان مغناطیسی

مثال ۱- پروتونی با سرعت $(\frac{km}{s}) \vec{v} = 4\hat{i} + 6\hat{j}$ وارد میدان مغناطیسی $(mT) \vec{B} = 9\hat{i} - 8\hat{j} + 3\hat{k}$ می شود. نیروی

دار بر پروتون چند است؟

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} = q \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

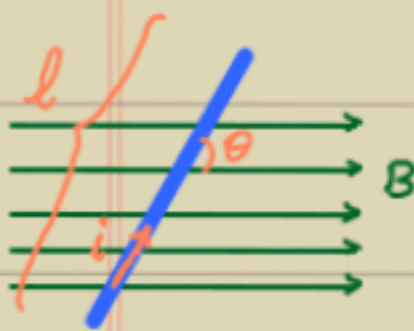
$$\vec{F} = q \{ \hat{i} (v_y B_z - v_z B_y) + \hat{j} (v_z B_x - v_x B_z) + \hat{k} (v_x B_y - v_y B_x) \}$$

$$\vec{F} = 1.4 \times 10^{-19} \{ \hat{i} (18 - 0) + \hat{j} (0 - 12) + \hat{k} (-32 - 36) \} = 1.4 \times 10^{-19} (18\hat{i} - 12\hat{j} - 68\hat{k}) \quad N$$

نیروی مغناطیسی دارد بر جریان الکتریکی:

اگرسیم حامل جریان الکتریکی (i) در میدان مغناطیسی (B) قرارگیرد، به دلیل اینکه جریان بارهای متحرک است، نیروی وارد بر آن

به صورت زیر بدست می آید.

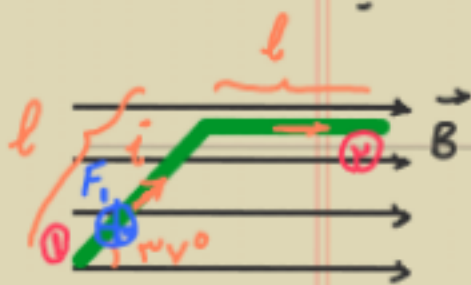


اندازه سیم مستقیم و میدان یکگذاخت:

$$F = q v B \sin \theta = i t v B \sin \theta = i l B \sin \theta \quad \vec{F} = i \vec{l} \times \vec{B}$$

نیروی بر سیم و بر میدان عمود است و جهت با قاعده دست راست تعیین می شود.

مثال ۲- سیم مطابق شکل در میدان مغناطیسی یکگذاخت قرار گرفته است. نیروی وارد بر سیم را بدست آورید.



$$F_1 = i l B \sin 37^\circ = 0.4 i l B$$

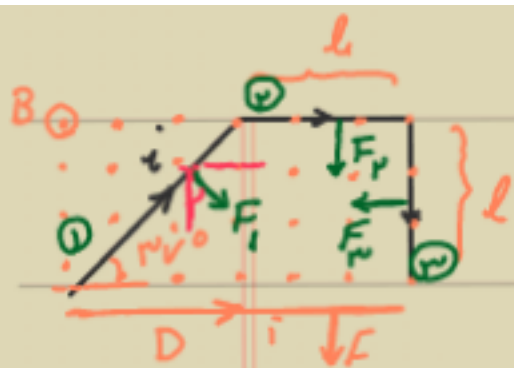
در وینو

$$F_2 = i l B \sin(0) = 0$$

$$\rightarrow F = F_1 = 0.4 i l B$$

در وینو

✓ ۱- در شکل زیر، نیروی وارد بر سیم را محاسبه کنید.



میدان بر صاف عمود است (بر دلتا) و سیم در صاف قرار دارد. پس همه جا زاویه بین سیم با میدان برابر $\theta = 90^\circ$ است. با توجه به شکل طول تقطه ① از سیم برابر است با:

$$\sin 37^\circ = \frac{l}{\text{طول تقطه ①}} \rightarrow \text{طول تقطه ①} = \frac{l}{\sin 37^\circ} = 1.47l$$

$$F_1 = i(1.47l)B \sin 90^\circ = 1.47 i l B \rightarrow \begin{cases} F_{1x} = F_1 \sin 37^\circ = 1.47 i l B (\sin 37^\circ) = i l B \\ F_{1y} = F_1 \cos 37^\circ = 1.47 i l B (\cos 37^\circ) = 1.34 i l B \end{cases}$$

$$F_x = i l B, \quad F_y = i l B$$

$$\vec{F} = (F_{1x} - F_x) \hat{i} + (F_{1y} + F_y) (-\hat{j}) = 0 - 2.34 i l B \hat{j}$$

توجه: اگر مسیر مستقیمی از ابتدای سیم مورد نظر به انتها که آن در نظر بگیریم با همان جریان، نیروی وارد بر آن عبارت است از:

$$F = i D B \sin 90^\circ = i (l + l \cot 37^\circ) B = 2.34 i l B \rightarrow \vec{F} = -2.34 i l B \hat{j}$$

اگر میدان یکنواخت باشد؛ می توان گفت داده نیروی وارد بر یک سیم غیر مستقیم با هر شکل برابر است با نیروی وارد بر سیم

مستقیم که ابتدای سیم غیر مستقیم را به انتها می وصل می کند.

ب- سیم خمیده و میدان یکنواخت:

سیم را به عناصر طولی کوچک (dl) تقسیم کرده، نیروی وارد بر dl را محاسبه و دردی طول سیم انتگرال گیری می شود.

مثال ۴- سیم حامل جریان i به شکل ربع دایره به شعاع R ، در میدان یکنواخت $\vec{B}$ قرار گرفته است. نیروی وارد بر سیم چقدر است؟



$$dF = i dl B \sin(90^\circ) = i B dl \rightarrow \begin{cases} dF_x = dF \cos \theta \\ dF_y = dF \sin \theta \end{cases}, \quad dl = R d\theta$$

$$dF_x = i B R \cos \theta d\theta \rightarrow F_x = i B R \int_0^{\pi/2} \cos \theta d\theta = i B R [\sin \theta]_0^{\pi/2} = i B R$$

$$dF_y = i B R \sin \theta d\theta \rightarrow F_y = i B R \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta = i B R [-\cos \theta]_0^{\pi/2} = i B R$$

$$\vec{F} = F_x (-\hat{i}) + F_y \hat{j} = i B R (-\hat{i} + \hat{j})$$



۱. میدان غیر یکنواخت و هم خمیده (حالت کلی): روش المان نری و اشتغال نری برای همه حالتها قابل اجراست.

۲. سیم مستقیم در امتداد محور x ؛ حامل جریان $i = 4 \text{ amp}$ در خلاف جهت محور x است و در میدان مغناطیسی

$\vec{B} = 3y \hat{i} + 2x \hat{j}$ (بر حسب mT) قرار دارد. نیروی وارد بر $3m$ از سیم بین $x_0 = 1m$ تا $x_1 = 4m$ چقدر است؟

چون میدان تابع x است پس یکنواخت نیست. $i = 4 \text{ amp}$ ، $d\vec{F} = i d\vec{l} \times \vec{B}$

$$d\vec{l} = dx(-\hat{i}) \rightarrow d\vec{F} = i dx(-\hat{i}) \times (3y\hat{i} + 2x\hat{j}) = i dx(-2x\hat{k})$$

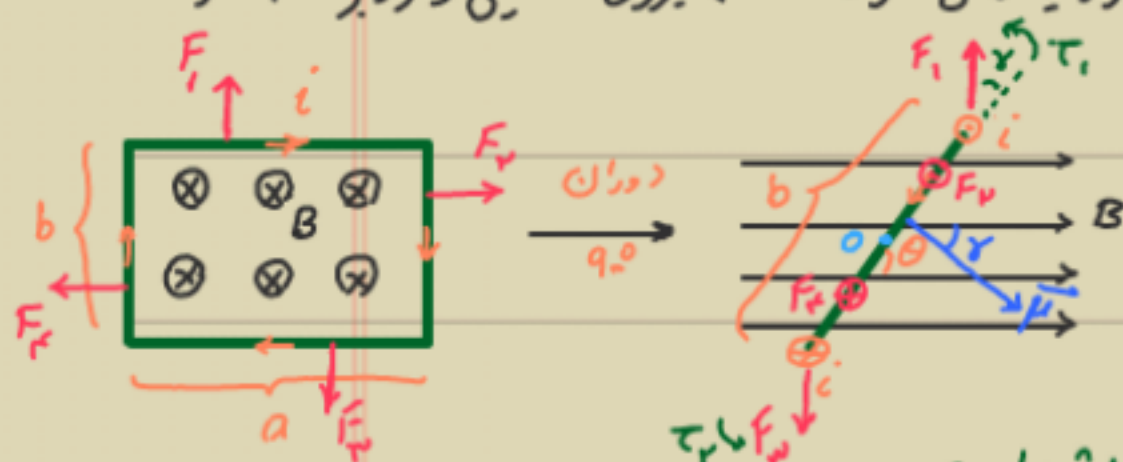
نیرو فقط مولفه z دارد. $d\vec{F} = -2x dx \hat{k}$

$$\vec{F} = \int d\vec{F} = -2 \int_{x_0=1}^{x_1=4} x dx \hat{k} = -2 \left(\frac{x^2}{2} \right)_1^4 \hat{k} = -2 \left(\frac{16-1}{2} \right) \hat{k} = -15 \hat{k} \text{ (mN)}$$

تاب حامل جریان در میدان مغناطیسی: یک تاب مستطیلی به طول a و عرض b مثل $\perp$ در سیم با جریان i در یک میدان مغناطیسی

یکنواخت B طوری قرار گرفته که سطح تاب (ضلع b) با میدان زاویه θ می سازد. (الف) نیروی مغناطیسی وارد بر تاب و

(ب) گشتاور وارد بر تاب را حساب کنید.



الف) میدان یکنواخت و هم از چهار بخش مستقیم تشکیل شده است.

$$F_1 = i a B \sin 90^\circ = i a B = F_3$$

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^4 \vec{F}_i \rightarrow F = 0$$

$$F_2 = i b B \sin \theta = F_4$$

برتاب (حلقه بسته) جریان در میدان مغناطیسی یکنواخت نیرو وارد نمی شود.

ب، همانگونه که در شکل دیده می شود نیروی F_1 و F_3 اثر گشتاوری داشته و هر دو در یک جهت چرخشی ایجاد می کنند.

$$\tau_1 = \frac{b}{4} F_1 \sin \alpha = \tau_2$$

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = b F_1 \sin \alpha = b (i a B) \sin \alpha = i (a b) B \sin \alpha = i A B \sin \alpha$$

$$\alpha + \theta = \frac{\pi}{2}$$

اگر تاب دارای n دور سیم باشد: $\tau = n i A B \sin \alpha$

✓ **شماره در تقاطع معادلی $\vec{\mu}$ به صورت $\mu = niA$ تقریب می شود که برداری است عمود بر سطح قاع و جهت آن با تارده دست**

راست (چپ انگشت دست راست در سمت جریان قاع مسست شوند، انگشت سمت در جهت $\vec{\mu}$) مشخص می شود.

$$\tau = \mu B \sin \theta \rightarrow \vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

هنگامی که قاع بر میدان عمود است $\theta = 90^\circ \rightarrow \tau = 0 \rightarrow \tau = 0$

هنگامی که قاع موازی میدان است $\theta = 0 \rightarrow \tau = 0 \rightarrow \tau = \max$

انرژی ناشی از تغییر زاویه (سنگینگی) قاع در میدان:

$$U = W_{\text{میدان}} = \int_{\theta_0}^{\theta} \tau d\theta = \int_{\theta_0}^{\theta} \mu B \sin \theta d\theta \rightarrow U = -\mu B \cos \theta \rightarrow U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

مثال ۶- یک حلقه سیمی دایره ای به شعاع 2.0 cm حامل جریان 3 A است. این حلقه طوری قرار گرفته است که بردار عمود بر صفحه آن با میدان

مقناطیسی یکزاخت با بزرگی $T = 12$ زاویه 53° می سازد. الف) بزرگی گشتاور مقناطیسی حلقه را حساب کنید.

ب) بزرگی گشتاور نیروی وارد بر حلقه را بدست آورید.

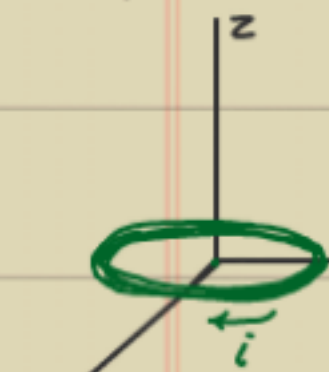
$$\mu = niA = (1)(3)(\pi (0.02)^2) = 7.3748 \approx 7.38 \text{ amp.m}^2 \quad \text{الف)}$$

$$\tau = \mu B \sin \theta = (7.38)(12)(0.8) = 71.424 \approx 71.4 \text{ N.m} \quad \text{ب)}$$

مثال ۷- سیمه ای شامل ۵ دور حامل جریان 2 amp مطابق شکل موازی با صفحه xy دارای مساحت $4 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ در یک میدان مقناطیسی

$\vec{B} = 2\hat{i} - 3\hat{j} - 4\hat{k}$ بر حسب میلی تسلا قرار دارد. الف) انرژی پتانسیل مقناطیسی و ب) گشتاور نیروی مقناطیسی وارد بر سیمه را حساب کنید.

$$\mu = niA = 5(2)(4 \times 10^{-3}) = 4 \times 10^{-2} \text{ amp.m}^2$$



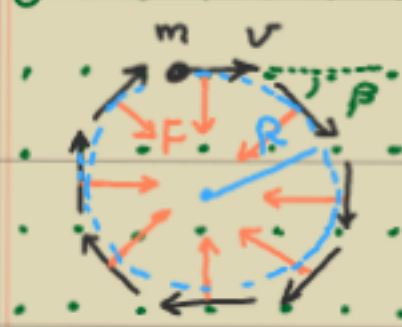
با توجه به قاعده دست راست، جهت $\vec{\mu}$ خلاف محور z است. $\vec{\mu} = -4 \times 10^{-2} \hat{k}$

$$\text{الف)} \quad U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -(-4 \times 10^{-2} \hat{k}) \cdot (2\hat{i} - 3\hat{j} - 4\hat{k}) = -16 \times 10^{-2} = -1.6 \text{ mJ}$$

$$\text{ب)} \quad \vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} = -4 \times 10^{-2} \hat{k} \times (2\hat{i} - 3\hat{j} - 4\hat{k}) = -4 \times 10^{-2} (2\hat{j} + 3\hat{i}) = (-12\hat{i} - 8\hat{j}) \times 10^{-2} \text{ N.m}$$

ذره ای به جرم m و بار q با سرعت v به طور عمودی وارد میدان یکنواخت B می شود. (الف) مسیر حرکت ذره چگونه است؟

B بردار



باتوجه به قانون دست راست، جهت نیرو مشخص شده. این نیرو

باعث تغییر در جهت سرعت می شود ولی مقدار سرعت ثابت می ماند. بنابراین

زاویه انحراف ذره از مسیرش (θ) ثابت است و این امر سبب ایجاد

یک مسیر دایره ای خواهد شد که نیروی مغناطیسی، نیروی جاذب مرکز است.

ب. شعاع مسیر چقدر است؟ $F = qvB \sin \theta = qvB = \frac{mv^2}{R} \rightarrow R = \frac{mv}{qB}$

ج. دوره تناوب (زمان یک دور) چقدر است؟ $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \frac{mv}{qB}}{v} \rightarrow T = \frac{2\pi m}{qB}$

مثال ۸. الکترونی با انرژی جنبشی 1.2 keV دایره ای را در صفحه عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی می پیماید، شعاع مسیر 25 cm است.

الف. سرعت الکترون (ب. اندازه میدان مغناطیسی ج.) با واحد هرزش را حساب کنید. $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$

(الف) $K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow 1.2 \times 10^3 \times (1.6 \times 10^{-19}) = \frac{1}{2}(9.1 \times 10^{-31})v^2 \rightarrow v = 2.05 \times 10^6 \text{ m/s}$

(ب) $R = \frac{mv}{qB} \rightarrow B = \frac{mv}{qR} = \frac{9.1 \times 10^{-31} \times 2.05 \times 10^6}{1.6 \times 10^{-19} \times 0.25} \rightarrow B = 4.7 \times 10^{-5} \text{ T}$

(ج) دوره تناوب: $T = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi \times 9.1 \times 10^{-31}}{1.6 \times 10^{-19} \times 4.7 \times 10^{-5}} \rightarrow T = 7.4 \times 10^{-7} \text{ s}$

ب. بعد زاویه ای، عکس دوره تناوب است: $\omega = \frac{1}{T} = 1.3 \times 10^6 \text{ Hz}$

اگر سرعت ذره با میدان زاویه θ باشد، در این صورت بردار سرعت به دو مولفه $v_{||}$ (به موازات میدان) و $v_{\perp}$ (عمود بر میدان)

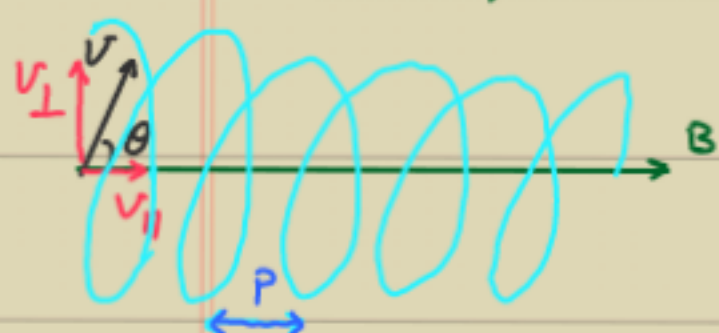
تجزیه شده و ذره با سرعت $v_{\perp}$ در میدان دوران می کند و با سرعت $v_{||}$ (ثابت) حرکت می کند که مسیر به صورت یک مارپیچ خواهد

شد.

✓ ۱- پوزیترون (الکترون با بار مثبت) با انرژی جنبشی 2 keV به داخل میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی 5 T وارد می‌شود.

می‌سود، به طوری که بردار سرعت با میدان زاویه 82° می‌سازد. (الف) شعاع میر مارپیج (ب) دوره تناوب

(ج) طول گام (P) مارپیج را حساب کنید.



$$v_{\perp} = v \sin \theta, \quad v_{\parallel} = v \cos \theta$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2(2 \times 10^3 \times 1.6 \times 10^{-19})}{9.1 \times 10^{-31}}} = 2.65 \times 10^5 \text{ m/s}$$

$$v_{\perp} = v \sin \theta = 2.65 \times 10^5 \times \sin 82^\circ = 2.62 \times 10^5 \text{ m/s} \quad \text{و} \quad v_{\parallel} = v \cos \theta = 2.65 \times 10^5 \times \cos 82^\circ = 3.7 \times 10^4 \text{ m/s}$$

$$\text{شعاع میر:} \quad R = \frac{m v_{\perp}}{q B} = \frac{9.1 \times 10^{-31} \times 2.62 \times 10^5}{1.6 \times 10^{-19} \times 5} \rightarrow R = 2.98 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\text{دوره تناوب:} \quad T = \frac{2\pi m}{q B} = \frac{2\pi \times 9.1 \times 10^{-31}}{1.6 \times 10^{-19} \times 5} \rightarrow T = 4.4 \times 10^{-11} \text{ s}$$

$$\text{طول گام:} \quad P = v_{\parallel} T = 3.7 \times 10^4 \times 4.4 \times 10^{-11} \rightarrow P = 1.7 \times 10^{-4} \text{ m}$$

✓ ۱۰- یک سیم حامل جریان i مطابق شکل در یک میدان مغناطیسی یکنواخت بردشو قرار گرفته (سطح قاب بر میدان عمود است).

(الف) نیروی وارد بر کمان نندارده (ب) نیروی کل وارد بر قاب

(ج) گشتاور دو قطبی مغناطیسی قاب (د) گشتاور نیروی وارد بر قاب را بدست آورید.



$$dl = R d\theta \quad \text{و} \quad dF = i dl B \sin 90^\circ = i B dl \quad (\text{الف})$$

$$dF_x = dF \cos \theta = i B dl \cos \theta = i B R \cos \theta d\theta$$

$$dF_y = dF \sin \theta = i B dl \sin \theta = i B R \sin \theta d\theta$$

$$F_x = \int dF_x = i B R \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta d\theta = i B R (\sin \theta)_{-\pi/2}^{\pi/2} = 2i R B, \quad F_y = i B R \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin \theta d\theta = 0$$

(ب) نیروی کل وارد بر سیم صفر است زیرا قاب یک میر بسته است که نقطه ابتدای آن در یک مکان قرار گرفته و میدان نیز یکنواخت است.

$$\text{درویشو:} \quad \mu = N i A = (1)(i) \left(\frac{1}{2} \pi R^2 + 2R^2 \right) = \left(2 + \frac{\pi}{2} \right) R^2 i$$

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} = 0 \quad (\text{د}) \quad \text{چون سطح قاب بر میدان عمود است پس مگر با میدان موازی است}$$